

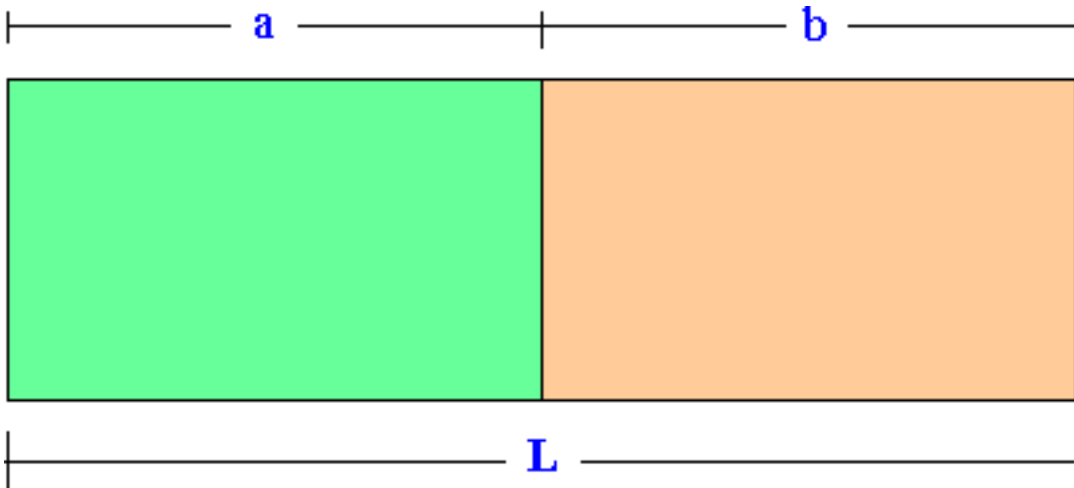
MISURE INDIRETTE

SOMMA

Vediamo, facendo un esempio concreto, **cosa vuol dire fare una misura indiretta**

Si potrebbe, ad esempio, dover misurare la lunghezza di due banchi affiancati, disponendo però di una riga da disegno poco più lunga di uno solo dei due banchi, e quindi insufficiente a permetterci di eseguire una misura diretta della lunghezza totale dei due banchi.

Cosa facciamo in un caso come questo?



Ovviamente misuriamo separatamente ciascuno dei due banchi e poi sommiamo le rispettive lunghezze (a e b).

La misura della lunghezza totale dei due banchi (L) è una misura indiretta perché non effettuata direttamente con uno strumento di misura, ma ottenuta tramite una operazione matematica (in questo caso una somma).

La misura indiretta di una grandezza si ottiene effettuando una operazione matematica tra le misure di altre grandezze (quindi si esegue con una calcolatrice, e non con uno strumento di misura)

Arrivati a questo punto, bisogna ricordarsi la regola fondamentale della misura:

non esiste nessuna misura esente da errore

Gli errori delle misure dirette si trasmettono alla misura indiretta (nei libri questa trasmissione degli errori viene chiamata "propagazione")

Dopo aver calcolato gli errori delle misure dirette, dovremo perciò calcolare anche quello della misura indiretta.

Per completare una misura indiretta dovremo calcolare il suo **valore più probabile** e il suo **errore**.

Ricordati che la misura di una grandezza V si esprime sempre in questo modo:

$$V = V_{\text{med}} \pm \Delta V \quad (\text{valore più probabile} \pm \text{errore assoluto})$$

Vediamo **come si calcola l'errore assoluto della misura indiretta** nelle diverse situazioni che ci si possono presentare, a seconda, cioè, dell'operazione che bisogna fare per trovare la misura indiretta:

Facciamo riferimento all'esempio già descritto della misura della lunghezza dei due banchi affiancati

$$L = a + b$$

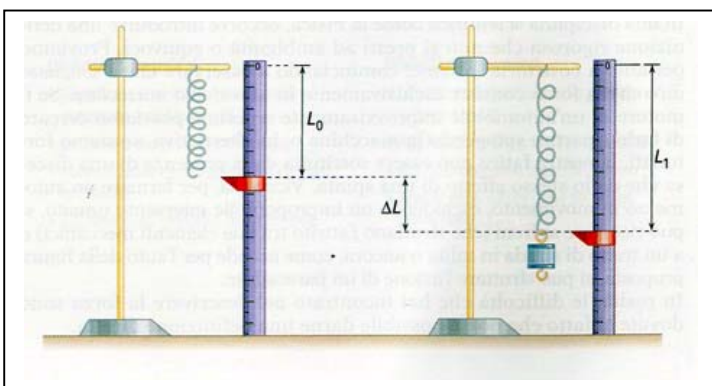
Il procedimento da seguire per calcolare la misura indiretta di L è il seguente:

- 1) **effettuare le misure dirette delle lunghezze a e b dei due banchi:** misurare **più volte** le lunghezze a e b calcolare la **media aritmetica** di ciascuna delle due lunghezze a e b e **arrotondarla** alla sensibilità dello strumento. Si ottiene così il valore più probabile della lunghezza di a e di quella di b
- 2) calcolare l'errore assoluto per a e per b e arrotondarlo alla prima cifra significativa (sempre per eccesso)
- 3) arrotondare alla stessa cifra anche il valore medio di a e di b (per eccesso o per difetto) - calcolare l'errore relativo per a e per b e arrotondarlo alla terza cifra decimale (sempre per eccesso) per valutare l'attendibilità delle misurazioni effettuate

2) Calcolare la **misura indiretta** di $L = L_{med} \pm \epsilon_L$

$$L_{med} = a_{med} + b_{med} \quad \epsilon_L = \epsilon_a + \epsilon_b$$

DIFFERENZA



Per il calcolo dell'**errore assoluto** nel caso di una grandezza ottenuta per differenza tra due grandezze misurate in modo diretto valgono le stesse regole;

$$\Delta L = L_f - L_i \quad \epsilon_{\Delta L} = \epsilon_{L_f} + \epsilon_{L_i}$$

DIVISIONE



Se volessimo misurare la velocità con la quale un ciclista percorre un giro di pista, come potremmo farlo, visto che le biciclette solitamente non sono dotate di tachimetro? Il modo più semplice è quello di misurare la lunghezza della pista s e cronometrare il tempo t che il ciclista impiega a percorrerla. Per calcolare la velocità, basterà poi dividere lo spazio

$$s \text{ per il tempo } t \quad v = s/t$$

Ricordiamoci che il valore finale di v dovrà essere espresso come:

$$v = v_{med} \pm \varepsilon_v$$

Il modo di procedere è lo stesso di quello già visto per il prodotto:

- si misurano direttamente s e t e si trovano i rispettivi errori assoluto e relativo
- si calcola $v_{med} = s_{med} / t_{med}$
- si calcola l'errore relativo di v sommando l'errore relativo del numeratore (s) e quello del denominatore (t): $\eta_v = \eta_s + \eta_t$
- con la formula inversa di quella dell'errore relativo, si calcola l'errore assoluto di v :

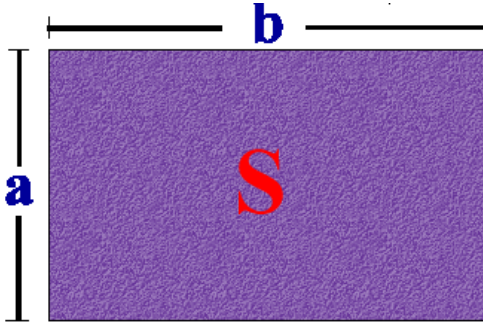
$$\varepsilon_v = \eta_v \cdot v_{med}$$

si arrotonda per eccesso alla prima cifra significativa l'errore assoluto di v (ε_v) e alla stessa cifra (per eccesso o per difetto) si arrotonda il suo valore più probabile (v_{med}) la cui misura indiretta è stata ottenuta tramite un rapporto (ad esempio la velocità) è uguale alla somma dell'errore relativo del numeratore (spazio percorso) e dell'errore relativo del denominatore (tempo impiegato).

PRODOTTO

Supponiamo di dover misurare l'area S del rettangolo in figura. Occorrerà misurare i lati a e b del rettangolo e poi moltiplicarli.

$$S = a \cdot b$$



Prima, perciò, occorrerà calcolare valore medio, errore assoluto ed errore relativo dei lati a e b seguendo il procedimento già visto nella lezione sulle misure dirette. Fatto ciò, possiamo passare alla misura indiretta dell'area S calcolando in questo preciso ordine:

$$1) S_{med} = a_{med} \cdot b_{med}$$

Per calcolare la misura più probabile di S basta applicare la formula dell'area del rettangolo, inserendo i valori medi dei lati a e b

$$2) \eta_{\Sigma} = \eta_{\alpha} + \eta_{\beta}$$

Quando la misura indiretta di una grandezza si ottiene tramite un **prodotto**, prima di calcolare l'errore assoluto bisogna calcolare quello **relativo**, che si ottiene **sommando gli errori relativi dei fattori** (in questo caso, i lati a e b del rettangolo)

$$3) \epsilon_S = \eta_S \cdot S_{med}$$

Dalla definizione di errore relativo ($\eta_S = \epsilon_S / S_{med}$), applicando la formula inversa si ottiene ϵ_S

4) Infine, dopo aver calcolato ϵ_S ed averlo **arrotondato per eccesso alla prima cifra significativa**, si arrotonda **alla stessa cifra il valore più probabile S_{med}** e così la misura indiretta di S può dirsi conclusa:

$$S = S_{med} \pm \epsilon_S$$